

# 抗差自适应拟合推估技术在似大地水准面拟合中的应用

郭春喜, 蒋光伟, 聂建亮, 王 斌, 田晓静

(国家测绘地理信息局大地测量数据处理中心, 陕西 西安 710054)

**摘 要:**拟合推估法用于似大地水准面拟合时会遇到观测噪声和信号之间权比的不协调,导致观测权阵和信号向量的权矩阵比例不合理,将直接影响固定效应参数和随机信号参数的估值。当观测值含有粗差时,会使结果严重扭曲。基于此,文中将抗差 Helmert 方差分量估计用于似大地水准面拟合中,可自适应调整观测噪声与信号之间的权比,同时又可抵御粗差的影响。采用某山区的实测数据进行试算,外符合检验结果表明:采用自适应拟合推估法构建的似大地水准面外符合精度较正常拟合推估方法提高 1 cm 多,且解较稳定。同时,抗差自适应拟合推估不仅有效抵御粗差的影响,而且可以调整二者权比,结果更加合理。

**关键词:**拟合推估;方差分量估计;抗差估计;高程异常

**中图分类号:**P207 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7949(2014)03-0001-04

## Application of robust adaptive collocation method to quasi-geoid

GUO Chun-xi, JIANG Guang-wei, NIE Jian-liang, WANG Bin, TIAN Xiao-jing

(Geodetic Data Processing Center, National Administration of Surveying, Mapping and Geoinformation, Xi'an 710054, China)

**Abstract:** The collocation method applied to quasi-geoid will meet the ration of prior covariance matrix between signals and observations, which results in the unreasonable weight between observations and signals and twisting the solution of collocation. When the observations are contaminated by gross error, the result will be distorted. A robust helmert estimation of variance components in used in the collocation, which will adaptively adjust to the ration of weights and degrade the effection of the gross error. With the observed data in one mountain area, it shows that this adaptive method can improve the accuracy of quasi-geoid by more than 1 cm and the solution are more better stable than normal collocation. The robust adaptive collocation not only resists the effection of outliers, but adjusts to the weight ration. The result will be more reasonable.

**Key words:** collocation; variance component estimation; robust estimation; height anomaly

在似大地水准面拟合中,常用的拟合算法主要有:加权平均法、曲面拟合方法、移动曲面法、样条函数法、多面函数法、球冠谐法及拟合推估等,这些方法大部分是数学函数模型拟合,能够直接对水准面趋势进行数学模拟,大都只考虑到高程异常的趋势性,而加权平均法只考虑到高程异常的随机性。拟合推估法也称最小二乘配置,由 Trarup 于 1969

年提出,常用于重力场拟合与推估<sup>[1-4]</sup>,目前已广泛应用于 GPS 高程异常内插与似大地水准面的确定<sup>[5-6]</sup>。与一般的参数估计模型不同,拟合推估模型将观测量分为固定效应和随机效应两部分,其中固定效应部分一般代表参数估计的确定性部分或倾向性部分;而随机效应部分则反映某些随机特性部分,可以通过协方差函数加以体现。因此,拟合推估模型能较好地解决那些既含有倾向性变化,同时又具有一定随机特性问题的求解,比较适合于消除或削弱高程异常变化大和系统误差的影响。

拟合推估关键是协方差的拟合<sup>[7-9]</sup>,它是通过对

收稿日期:2013-02-19

基金项目:国家 863 计划资助项目(2009AA121402-5);陕测科(2009-03)

作者简介:郭春喜(1963—),男,高级工程师。

已测点的信号进行拟合得到的。协方差函数一经拟合,则在拟合推估中即为已知常量。实际上,先验的观测方差协方差阵与拟合得到的随机信号的方差协方差矩阵不可能完全协调,这必将导致观测权阵和信号向量的权矩阵比例不合理<sup>[10-11]</sup>。当观测值中含有粗差时,将使协方差拟合结果严重失真。因此,本文将抗差 Helmert 方差分量用到拟合推估中,合理调整观测噪声和信号的权比,同时抵御粗差的影响,并用某山区的数据使用不同的先验方差初值进行试算,结果表明采用自适应拟合推估可协调观测噪声和信号之间的权比,拟合结果优于直接采用拟合推估算法,抗差自适应拟合推估可有效抵御粗差的影响,正确计算协方差函数,调整二者权比,使结果更加合理。

### 1 拟合推估基本原理

拟合推估的模型可表示为

$$L = AX + BS + \Delta \tag{1}$$

误差方程为

$$V = A\hat{X} + B\hat{S} - l \tag{2}$$

基于如下目标函数

$$V^T \sum_{\Delta}^{-1} V + \hat{S}^T \sum_S^{-1} \hat{S} = \min \tag{3}$$

解为

$$\sum_l = B \sum_S B^T + \sum_{\Delta} \tag{4}$$

式中:  $V$  为残差;  $L$  为  $n \times 1$  维观测向量;  $A, B$  分别为  $n \times t_n, n \times t_s$  维矩阵;  $\Delta$  为  $n \times 1$  维观测误差向量;  $X$  为  $t_n \times 1$  维倾向性参数向量;  $S$  为  $t_s \times 1$  信号向量;  $\sum_S$  为信号方差;  $\sum_{\Delta}$  为观测噪声方差。

### 2 基于 Helmert 方差分量自适应拟合推估

Helmert 方差分量估计的基本思想即通过利用平差计算得到的改正数  $V_i$  的平方和  $V_i^T P_i V_i$  去估计单位权中误差,进行迭代计算,直至权比协调为止。在拟合推估模型中,可将观测量作为一类观测值,随机信号作为另一类观测值进行权比的调整。

误差方程

$$V = A\hat{X} + B\hat{S} - L, \hat{S} = \hat{S} \tag{5}$$

式中:  $\hat{X}$  和  $\hat{S}$  分别为  $X$  和  $S$  的最小二乘估值,两类观测的权阵分别为  $P_{\Delta}$  和  $P_s$ ,相应的随机误差向量解可按 Helmert 严密公式如下:

$$\begin{bmatrix} \hat{\sigma}_{\Delta}^2 \\ \hat{\sigma}_s^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{\Delta} - 2tr(N^{-1}N_{\Delta}) + tr(N^{-1}N_{\Delta})^2 \\ tr(N^{-1}N_{\Delta}N^{-1}N_s) \\ tr(N^{-1}N_{\Delta}N^{-1}N_s) \\ n_s - 2tr(N^{-1}N_s) + tr(N^{-1}N_s)^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V^T P_{\Delta} V \\ \hat{S}^T P_s \hat{S} \end{bmatrix} \tag{6}$$

其中  $N, N_{\Delta}, N_s$  可按文献[3]解得  $\sigma_{\Delta}^2, \sigma_s^2$ ,构造自适应因子  $\alpha = \sigma_{\Delta}^2 / \sigma_s^2$ ,应用自适应因子<sup>[3]</sup>  $\alpha$  对信号权进行调整  $\hat{P}_s = \alpha P_s$ ,反复迭代,直至自适应因子接近 1。

### 3 抗差拟合推估

抗差估计是用来处理观测数据受异常观测数据污染的一种估计方法,利用等价权原理把含有粗差的数据进行降权迭代处理<sup>[12-14]</sup>。抗差拟合推估主要涉及到信号趋势性的抗差拟合和协方差函数的抗差拟合<sup>[15]</sup>。本文采用双因子等价权模型,收缩因子<sup>[13]</sup>  $\gamma_{ii}$  采用 Huber 函数,见式(7),  $c$  取 1.5,  $v$  为标准化残差。

$$\gamma_{ii} = \begin{cases} 1, & |v_i| \leq c, \\ c/|v_i|, & |v_i| > c. \end{cases} \tag{7}$$

### 4 算例分析

采用某山区实测数据,以高程异常进行试算,测区共 43 个点,任选其中 37 个点作为拟合点,其余 6 个点作为检核点,见图 1。协方差函数选择  $\sum(\tau) = \sum_0(e^{-k\tau})$ ,  $\sum_0$  为信号的先验方差,  $k$  为待定常数,  $\sum(\tau)$  为  $i, j$  两点之间的协方差,  $\tau$  为  $i, j$  两点之间的距离,而观测噪声的方差采用如下两种方案:

方案 1:  $\sum_{\Delta} = \sigma_{\Delta}^2$ , 其中  $\sigma_{\Delta}^2$  为验前方差,取值为  $0.1^2$ ;

方案 2:  $\sum_{\Delta} = \sigma_{\Delta}^2(LS) \times I$ , 其中  $\sigma_{\Delta}^2(LS)$  为采用最小二乘参数平差后的验后单位权方差。

各方案分别按照以下几种方法拟合似大地水准面:

- 1) 正常拟合推估(NMCOL)。
- 2) 基于 Helmert 方差分量估计的拟合推估法(Helmert)。
- 3) 自适应拟合推估含有粗差(HC)。
- 4) 抗差自适应拟合推估含有粗差(RHC)。

图 2~5 是两种方案在 NMCOL 和 Helmert 方法下的检核点残差图,内符合残差统计图,图 6、图 7 是含有粗差的内、外符合残差图。表 1 是两种方案下 NMCOL 和 Helmert 的外符合均方根误差(RMS)的统计,表 2 是含有粗差的数据采用 HC 和 RHC 统计。

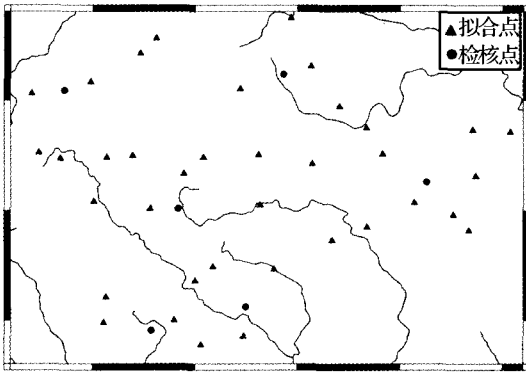


图 1 点位图

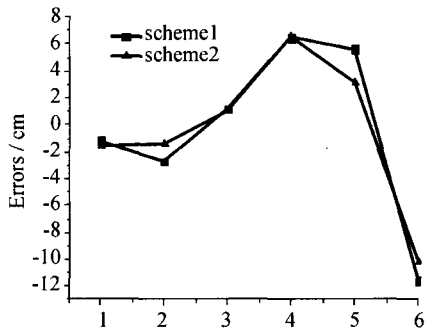


图 2 两种方案在 NMCOL 下检核点残差

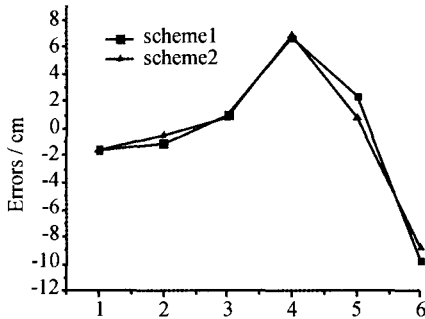


图 3 两种方案在 Helmert 下检核点残差

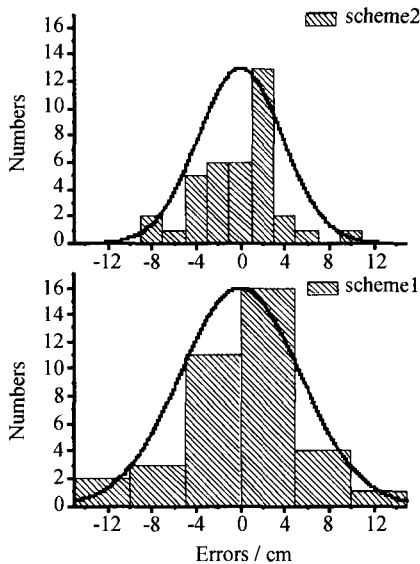


图 4 NMCOL 在方案 1,2 内符合残差统计

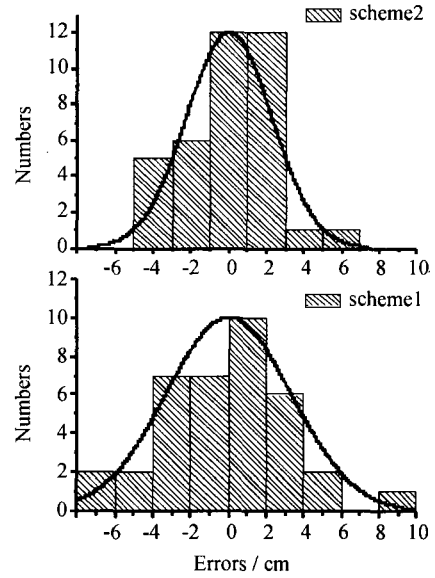


图 5 Helmert 在方案 1,2 内符合残差统计

表 1 两种方案在 NMCOL 和 Helmert 中误差 cm

方案 \ 方法	NMCOL 外符合 RMS	Helmert 外符合 RMS
方案 1	±6.01	±4.96
方案 2	±5.19	±4.60

表 2 Helmert HC RHC 检核点对比

方案	RMS /cm (检核点)	Min /cm Max /cm		协方差函数系数	
				$\Sigma_0$	$k$
自适应拟合推估 (无粗差)	±4.6	-8.4	6.9	0.004 0	1.467 2
自适应拟合推估 (含粗差)	±10.4	-23.0	7.2	0.010 58	2.152 0
抗差自适应拟合推估 (含粗差)	±6.0	-7.6	10.3	0.002 4	1.104 0

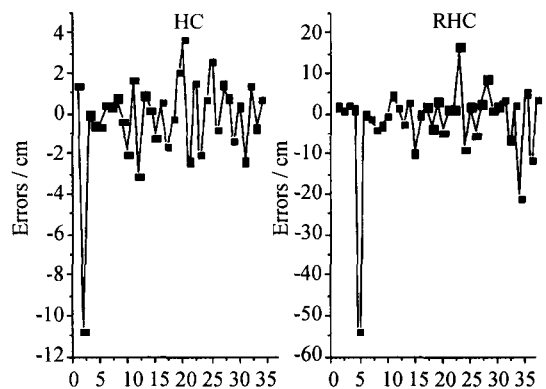


图 6 HC 与 RHC 内符合残差

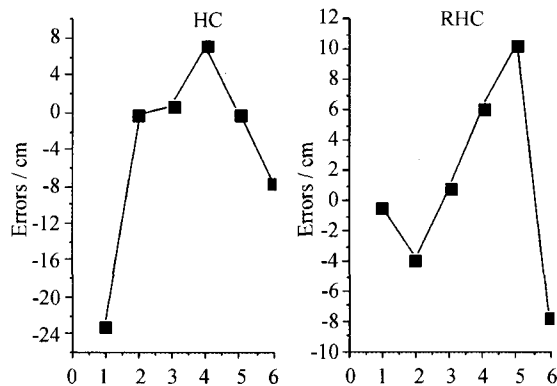


图 7 HC 与 RHC 外符合残差

从计算结果可以看出:

1) 采用正常拟合推估时, 当观测噪声的先验方差协方差阵取不同值时, 从图 2、图 3 可以得出, 正常拟合推估解受观测噪声的初始方差影响而不同, 且外符合 RMS 相差近 1 cm, 而基于 Helmert 方差分量估计的自适应拟合推估的解相对稳定, 而外符合相差只有 3.6 mm。因为拟合推估要求由协方差函数拟合的信号向量先验协方差矩阵应与观测向量的协方差矩阵协调一致。当两者的方差因子不同时, 观测噪声的协方差和随机信号的协方差就难以协调一致, 这势必会影响倾向参数和随机信号解, 从而使结果差异较大。

2) 从表 1 得出自适应拟合推估解整体上均优于正常拟合推估, 方案 1、方案 2 外部检核精度较 NMCOL 提高了 5.9 mm 和 1.1 cm。当观测值的先验方差或者信号的方差不合理, 不能准确地反映出观测值和信号的精度时, 自适应拟合推估解不随观测噪声初始方差阵的变化而变化, 解较稳定。这是因为对随机信号引入了自适应因子  $\alpha$  平衡随机观测误差和随机信号对结果的影响作用, 保证了经调节后的信号向量先验协方差矩阵与观测向量的协方差矩阵协调一致, 从而使自适应拟合推估解非常稳定。

3) 从图 4、图 5 可以得出自适应拟合推估技术在似大地水准面拟合中, 拟合残差最大值较小, 且正负残差分布更加均匀对称, 小残差数量增多, 残差分布图更加合理, 趋近于正态分布。说明该方法在似大地水准面拟合中顾及了高程异常的变化和系统误差并能提高内外符合精度。

4) 从图 6、图 7、表 2 可得出: 当观测值含有粗差时, HC 不能抵御粗差对拟合点和检核点的影响。在拟合协方差函数时, 将粗差视为随机信号加以处理, 反映在协方差函数上  $\sum_0, k$  都不同程度增大,

导致观测噪声与信号之间的方差比严重失调, 使结果严重偏离真值。而 RHC 能够很好地定位含粗差的观测值, 即含粗差的观测值被分配较大的改正数, 给其较小的权, 从而较好地抵制异常误差的影响。

5) 从表 2 也可以得出: RHC 法没有 Helmert 法外符合精度高, 这是由于抗差把部分随机信号也视为粗差。因此, 协方差函数的拟合则不能更准确地反应信号之间的关系, 虽进行了 Helmert 方差分量调节噪声与信号的权比, 但主要是由于粗差的影响, 使得协方差函数不能真实反应高程异常之间的关系, 一定程度上弱化了观测数据的有用性, 使方差分量估计效果不明显。

### 5 结束语

在大地水准面拟合中, 尤其是在高程异常变化比较大的区域, 自适应拟合推估方法不仅可以调节信号向量先验协方差矩阵与观测向量的协方差矩阵协调一致, 而且自适应拟合推估解非常稳定, 可以提高外符合精度; 同时拟合推估方法顾及了高程异常变化的异常性和系统误差, 是一种较好的方法。抗差自适应拟合推估能够很好地定位含粗差的观测值, 并调节噪声与信号的权比, 使结果更加合理。但方差分量估计只能从整体上调整观测方差协方差与信号方差协方差之间的关系, 不能调整随机信号之间的相互关系。因此, 在最小二乘配置拟合中对于协方差函数的求取非常关键, 对点的布设数量也有一定的要求。

### 参考文献:

[1] XU P L, LIU Y M, SHEN Y Z. Estimability Analysis of Variance and Covariance Components[J]. Journal of Geodesy, 2007, 81: 593-602.

[2] 张菊清, 张亮. 基于 Helmert 方差分量估计的拟合推估法及其在地图数字化误差纠正中的应用[J]. 测绘通报, 2008(2): 35-51.

[3] 张菊清, 杨元喜, 张亮. 地图数字化误差纠正的拟合推估法[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2008, 33(5): 508-511.

[4] 周江文. 再论拟合推估[J]. 测绘学报, 2001, 30(4): 283-285.

[5] 刘念. 协方差函数的抗差拟合[J]. 测绘科学, 2001, 26(3): 25-28.

[6] 刘念, 胡荣明. 拟合推估在 GPS 高程解算中的应用[J]. 测绘通报, 2001(7): 29-31.

[7] 陶本藻, 姚宜斌, 赵美超. 论多面函数推估与协方差推估[J]. 测绘通报, 2002(9): 4-6.

通过对以上基于单张倾斜影像实现点位、高度、水平距离测量的精度分析,点位测量结果和该点位坐标真值比较, X, Y, Z 方向最大的误差为 15 cm,  $RMSE_x = 0.0433$ ,  $RMSE_y = 0.0892$ ,  $RMSE_z = 0.1073$ , RMSE 表示测量值与真值之间的偏差,值越小,测量精度越高。高度测量和水平距离测量结果最大误差为  $\sigma_h = 0.52$ ,  $\sigma_d = 0.45$ , 相对误差大部分位于 3% 之内,对于水平距离测量时出现的相对误差达到 14% 的个例,是由于该区域 DEM 的精度或者影像模糊造成的人为选点误差的影响。因此通过高精度的 DEM 数据和高分辨率的影像可以提高计算的精度,使结果完全能够满足用户对量测的需求。

#### 4 结论

倾斜摄影技术作为现今我国数字城市建设的一项关键技术,要求不仅要在硬件方面,而且在数据后处理软件方面也能够同时满足生产需要。本文根据中国测绘科学院研制的多角度倾斜摄影系统 SWDC-5,研究基于 DEM 的单张倾斜影像的三维量测方法,并通过实验结果证明该方法的点位测量最大偏差为 15 cm,距离测量的相对误差在 3% 之内,能够满足如实验区所示的平原或丘陵地区测量的需要,然而对于地形较复杂的山区的测量精度,还需要进一步实验证明。

#### 参考文献:

[1]朱庆,徐冠宇,杜志强,等. 倾斜摄影测量技术综述

(上接第 4 页)

[8]姚道荣,钟波,汪海洪,等. 最小二乘配置与普通 Kriging 法的比较[J]. 大地测量与地球动力学, 2008, 28(3): 77-82.  
 [9]张菊清,杨元喜,张亮. 附有限制条件的拟合推估模型及其解算[J]. 大地测量与地球动力学, 2008, 28(5): 91-95.  
 [10]刘长建,吴洪举,黄勇. 一种调整两类观测值权比的新方案[J]. 测绘通报, 2006(9): 47-68.  
 [11]王志忠,朱建军. 方差分量的 MINQUE 通用公式[J]. 中南工业大学学报, 2001, 32(4): 433-436.  
 [12]杨元喜. 拟合推估抗差化[C]. 抗差估计论文集, 北京:

[OL]. 中国科技论文在线, <http://www.paper.edu.cn/index.php/default/releasepaper/content/201205-355>.

[2]GRENZDORFFER G J, GURETZKI M. Photogrammetric image acquisition and image analysis of oblique imagery[J]. The Photogrammetric Record, 2008, 23(124): 372-386.  
 [3]田野,向宇,高峰,等. 利用 Pictometry 倾斜摄影技术进行全自动快速三维实景城市生产--以常州市三维实景城市生产为例[J]. 测绘通报, 2013(2): 59-62.  
 [4]F PRANDI, C ACHILLE, R BRUMANA, et al. Lidar and Pictometry Images Integrated Use for 3d Model Generation [J]. The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. Beijing, 2008(37): 763-769.  
 [5]李德仁,周月琴,金为铄. 摄影测量与遥感概论[M]. 北京:测绘出版社, 2001.  
 [6]娄博,耿则勋,魏小峰,等. 基于 Pictometry 倾斜影像的三维城市模型纹理映射[J]. 测绘工程, 2013, 22(1): 70-74.  
 [7]张剑清,潘励,王树根. 摄影测量学[M]. 武汉:武汉大学出版社, 2002.  
 [8]桂德竹. 基于组合广角相机低空影像的城市建筑物三维模型构建研究[D]. 徐州:中国矿业大学, 2010.  
 [9]王继周,林宗坚,李成名. GIS 信息辅助的单影像立体量测[J]. 测绘科学, 2005, 30(2): 60-63.  
 [10]成枢,任国庆,黄刚,等. 国产 POS 与国产相机集成检校精度分析[J]. 测绘通报, 2013(2): 48-50.

[责任编辑:张德福]

测绘出版社, 1996: 184-190.  
 [13]杨元喜,宋力杰,徐天河. 双因子方差膨胀抗差估计[J]. 测绘学报, 2002, 21(2): 1-5.  
 [14]杨元喜,宋力杰,徐天河. 大地测量相关观测抗差估计理论[J]. 测绘学报, 2002, 31(2): 95-99.  
 [15]刘念. 拟合推估的质量理论[D]. 郑州:信息工程大学, 2001.

[责任编辑:刘文霞]